Präsenzblatt 1

Aufgabe P1 (Projektionseigenschaften).

Sei $U \subseteq \mathbb{R}^n$ ein m-dimensionaler Untervektorraum zur Basis $(x_1, ..., x_m)$, $m \leq n$. Wir wissen, dass $U = \{Xv : v \in \mathbb{R}^n\}$, wobei $X = (x_1, ..., x_m)$. Sei $P = X(X'X)^{-1}X'$. Zeigen Sie folgende Eigenschaften:

(a) $\forall\, v \in \mathbb{R}^n : Pv \in U$

(b) $\forall\, v \in \mathbb{R}^n : PPv = Pv$

(c) $\forall\, v \in \mathbb{R}^n : \langle Pv - v, Pv \rangle_{\mathbb{R}^n} = 0$

Aufgabe P2 (Das lineare Modell).

Wir befragen acht Alumni nach der Anzahl der Studierenden im Studiengang Mathematik einer Universität und das Einstiegsgehalt. Folgende Daten liegen dabei vor:

Anzahl Studierende	125	100	160	100	185	145	220	185
Einstiegsgehalt	80	100	75	80	110	110	135	130

(a) Modellieren Sie die Beobachtungen mit Hilfe eines linearen Modells und bestimmen Sie die Regressionsgerade. Zeichnen Sie die Daten und die berechnete Regressionsgerade in ein geeignetes Koordinatensystem.

(b) Es stellt sich heraus, dass die ersten vier doch ein anderes Fach studiert haben als die anderen vier. Bestimmen und zeichnen Sie die Regressionsgeraden für beide Studienfächer getrennt. Wie erklären Sie sich die unterschiedlichen Beobachtungen?

Dieses Blatt ist **nicht abzugeben** und wird in den Übungsgruppen besprochen.

Homepage der Vorlesung:
`https://ssp.math.uni-heidelberg.de/stat-ws2020/index.html`