Ein moeglicher Loesungsweg fuer A23(a):

- Schritt 1: Da eine Aussage ueber die Dimension von $U_1 \cap U_2$ getroffen werden soll, beginnen Sie mit einer Basis $(v_1, ..., v_r)$ von $U_1 \cap U_2$.
- Ergaenzen Sie diese Basis zu Basen $(v_1, ..., v_r, v_{r+1}, ..., v_{n-1})$ von U_1 und $(v_1, ..., v_r, w_{r+1}, ..., w_{n-1})$ von U_2.
- Schritt 2: Betrachten Sie nun die Familie $B := (v_1, ..., v_r, v_{r+1}, ..., v_{n-1}, w_{r+1}, ..., w_{n-1})$ in V. Wie viele Elemente hat B?
- Was koennen Sie folgern, falls B linear unabhaengig ist (Anwendung Austauschsatz), d.h. welchen Zusammenhang zwischen der Dimension n von V und der Anzahl der Elemente von B erhalten Sie? Was folgt dann fuer $\dim_K(U_1 \cap U_2) = r$?
- Schritt 3: Zeigen Sie, dass B linear unabhaengig ist. Nutzen Sie hierfuer aehnliche 'Tricks' wie auf dem Praesenzblatt P23(a),(b), d.h. beginnen Sie mit

  $$\lambda_1 v_1 + ... + \lambda_r v_r + \lambda_{r+1} v_{r+1} + ... + \lambda_{n-1} + \mu_{r+1} w_{r+1} + ... + \mu_{n-1} w_{n-1} = 0$$

  und formen Sie die Gleichung so um, dass beide Seiten in $U_1 \cap U_2$ liegen.
- Benutzen Sie die eindeutige Darstellung eines Vektors in den Basen von U_1 bzw. U_2, um daraus $\lambda_1 = ... = \lambda_r = 0 = \lambda_{r+1} = ... = \lambda_{n-1} = \mu_{r+1} = ... = \mu_{n-1}$ zu folgern.