- Test soll gewährleisten, dass ein Wechsel zur Alternative mit einer bestimmten Sicherheit $(1-\alpha)$ getroffen wird. Mathematisch drücken w.. das aus durch:

  <u>Fehler 1. Art</u> = WS, sich für Alternative zu entscheiden, obwohl Nullhypothese stimmt $\underline{\leq \alpha}$

- Durch diese Forderung können wir das „weite abweichen" vom erwarteten Wert quantifizieren und es entstehen die c^* in den Tests.
- „gleichmäßig beste" Tests sind solche, bei welchen auch

  <u>Fehler 2. Art</u> = WS, sich für Nullhypothese zu entscheiden („beibehalten"), obwohl Alternative stimmt → min.
  (bzw. Nullhypothese falsch ist)

- zur Konstruktion von besten Tests (das „gleichmäßig" oben bezieht sich nur darauf, dass die Hypothesen die Form $H_0: \mu \leq \mu_0$ statt $\mu = \mu_0$ haben)

Neyman – Pearson – Lemma

$X_1, \dots, X_n \overset{iid}{\sim} \mathbb{P}_\theta$, $\mathbb{P}_\theta$ Verteilung abh. von Parameter θ.

$H_0: \theta = \theta_0$, Zähldichte bzw. Wahrscheinlichkeitsdichte p von $\mathbb{P}_{\theta_0}$
$H_A: \theta = \theta_A$, Zähldichte bzw. Wahrscheinlichkeitsdichte q von $\mathbb{P}_{\theta_A}$

Bester Test zum Niveau α ist

$$\phi^*(X_1, \dots, X_n) = \begin{cases} H_0, & L(X) < c^* \\ H_A, & L(X) \geq c^* \end{cases}, \quad L(X) := \frac{\prod_{i=1}^{n} q(X_i)}{\prod_{i=1}^{n} p(X_i)}$$

Likelihood-Quotient

mit $\mathbb{P}_{\theta_0}(\phi^* = H_A) = \mathbb{P}_{\theta_0}(L(X) \geq c^*) =$ Fehler 1. Art $\leq \alpha$.

- Ist $L(X)$ monoton in Termen von $X_1, \dots, X_n$, so kann der durch das Neyman-Pearson-Lemma gewonnene Test zu einem gleichmäßig besten Test in der Alternativhypothese H_A ausgeweitet werden.